# 2026 华南师范大学程序设计竞赛 (SCNUCPC 2026)

Magic Team

华南师范大学

2026 年 4 月 26 日

# 赛题设计

- 预期难度：
  - Signin: E F A
  - Easy: B J D K C
  - Medium: I L M G
  - Hard: H

# E. 学霸题 I

**简要题意**

- 给定一个 $3 \times 3$ 区域上堆叠的正方体堆（俯视视角下每个位置堆叠的高度），画出它的左视图和正视图。

- Tag：模拟、暴力
- Prepared By: Kan_kiz

# E. 学霸题 I

- 签到语法题。
- 俯视高度矩阵的行（列）最大值，即为左（正）视图在该行（列）处的高度。
- 计算出高度之后按格式输出字符画即可。

# F. 学霸题 II

## 简要题意

- 给出一个 $n \times m$ 区域上堆叠的正方体堆的左视图 $a$ 和正视图 $b$，判断是否有解。
- $1 \leq n, m, n \times m \leq 2 \times 10^5$.

- Tag：构造、贪心
- Prepared By：Kan_kiz

# F. 学霸题 II

- 问题有解当且仅当 $\max a = \max b$。
- 必要性是显然的：整个正方体堆中最高的位置一定在两个视图中都是最高的位置。
- 充分性可以构造性地证明，令 $h_{i,j} = \min(a_i, b_j)$：
- 对于第 $i$ 行，$\max\limits_{j=1}^{m} h_{i,j} = \max\limits_{j} \min(a_i, b_j) = \min(a_i, \max b) = \min(a_i, \max a) = a_i$。
- 对于第 $j$ 列，$\max\limits_{i=1}^{n} h_{i,j} = \max\limits_{i} \min(a_i, b_j) = \min(\max a, b_j) = \min(\max b, b_j) = b_j$。
- 故当 $\max a = \max b$ 时，其一定是一个合法的解。

# A. Hello, SCNUCPC!

## 简要题意

- 给定一个由 `C` 和 `?` 组成、长度为 $n$ 的字符串。
- 将所有 `?` 替换为大写字母，使得 `SCNUCPC` 恰好作为子串出现 $k$ 次，或报告无解。
- $0 \le k < n \le 2 \times 10^5$.

- Tag：构造、贪心
- Prepared By：CReatiQ

# A. Hello, SCNUCPC!

- 赛场个数是 $O(n)$ 的，考虑先构造赛场最多的方案。
- 因为 `SCNUCPC` 的首字母 `S` 仅在其中出现了一次，所以任意两个赛场都不会相交。
- 考虑从前往后填字母，尽量凑出 `SCNUCPC` 即可构造出最多的赛场。
- 如果该方案的赛场数比 $k$ 小，则无解；否则破坏掉部分赛场即可，时间复杂度为 $O(n)$。
- Bonus：如果 `SCNUCPC` 改为任意长度为 $m \leq 100$ 的给定字符串，如何解决该问题？

# B. 0100101

## 简要题意

- 给定一个长度为 $n$ 的 01 串 $s$ 和一个正整数 $k$。
- 要求构造一个长度为 $n+1$ 且值域为 100 的正整数序列 $a$，使得当且仅当 $s_i = 1$ 时，$\frac{a_i}{a_{i+1}}$ 在 $k$ 进制下数位有限。
- $1 \le n \le 2 \times 10^5, 2 \le k \le 10^{18}$.

- Tag：构造、数论
- Prepared By：CReatiQ

# B. 0100101

- 首先，$s_i = 1$ 是容易解决的：令 $a_{i+1} = a_i$ 即可。
- 只要能找到一对 100 以内的正整数 $(x, y)$，使得 $\frac{x}{y}, \frac{y}{x}$ 在 $k$ 进制下都有无限位，就能通过重复或交替 $x, y$ 来构造出问题的解。
- 这样的数对 $(x, y)$ 总是存在的，下面给出证明：
- 最简分数 $\frac{p}{q}$ 在 $k$ 进制下数位无限的充要条件是：存在质数 $r$，满足 $r$ 是 $q$ 的质因子却不是 $k$ 的质因子。
- 任取一对不是 $k$ 的因子的互异质数 $(x, y)$，$\frac{x}{y}, \frac{y}{x}$ 都符合上述条件。
- 因为 100 以内所有质数的乘积大于 $2 \times 10^{18}$，所以总能找到这样的一对 $(x, y)$。

# J. 别玩网格图了

## 简要题意

- 给定一个 $n \times m$ 的网格图。
- 求将每个方格的一条边染黑后，由黑色边围成的最大封闭空间面积的最大值。
- $1 \le n, m, n \times m \le 10^6$.

- Tag：构造、分类讨论
- Prepared By：AiHAn

# J. 别玩网格图了

- 先考虑 $\min(n, m) \geq 4$ 的情况：
  - 矩形的四角各与两条外框边相邻，所以均不可能被封闭。
  - 与矩形同一个角相邻的两个块，都与一条外框边相邻。如果它们属于封闭空间，则需要角块为其提供一条边。所以矩形一个角相邻的两个块不可能同属于一个封闭空间。
  - 将 $(1, 1), (1, 2), (1, m), (2, m), (n, m), (n, m-1), (n, 1), (n-1, 1)$ 舍弃，可以得到一个面积为 $nm - 8$ 的最优解。
- 再考虑 $2 \leq \min(n, m) \leq 3$ 的情况：此时短边的角块、角邻块会出现重合，直接舍弃两条短边可以得到面积为 $nm - 2 \cdot \min(n, m)$ 的最优解。
- 最后是 $\min(n, m) = 1$ 的情况：此时无法构造封闭空间，答案为 0。

# D. 情人节的摇钱树

## 简要题意

- 通信题。给定一棵根为 1 的树，以及一台最初屏幕上只有一行 $n$ 个 0 的电脑。
- Pass 1：已知树结构，可以对数组做至多 $n$ 次修改。每次修改复制屏幕最后一行，并进行一次区间赋值。随后输出一个长度为 $n$ 的排列。
- Pass 2：根据 Pass 1 输出的排列，以“屏幕第 $i$ 行第 $j$ 个数”的格式应答 $q$ 次 LCA 询问。
- $2 \leq n \leq 10^5, 1 \leq q \leq 10^5$.

- Tag：通信、DFS 序、LCA
- Prepared By：CReatiQ

# D. 情人节的摇钱树

- 一个朴素的想法是：$n$ 次操作的新增行构成一个 $n$ 阶方阵 $A$，设法令 $A_{u,v} = \mathrm{LCA}(u, v)$，问题就解决了。
- 不幸的是：树的 LCA 矩阵通常不能仅通过一次区间赋值得到下一行。
- 看到区间赋值，不难想到利用 DFS 序对点标号进行重排，每个子树就都会形成连续区间。
- 考虑令 $A_{dfn_u,dfn_v} = \mathrm{LCA}(u, v)$，依旧不能仅通过一次区间赋值得到下一行。
- 但注意到 $A$ 是对称矩阵，仅考虑其上三角是能够通过区间赋值得到下一行的。

# D. 情人节的摇钱树

- Pass 1 中，我们先预处理出 DFS 序。
- 按 DFS 序访问到点 $u$ 时，在 $A$ 上将 $u$ 子树对应 DFS 序区间赋值为 $u$。
- 最后向 Pass 2 传递 DFS 序。
- Pass 2 中，答案就是 $A_{\min(dfn_u,dfn_v),\max(dfn_u,dfn_v)}$。
- Tips：注意 $A_1$ 是屏幕上的第二行。
- Bouns 1：如果将屏幕长度、传递排列长度和操作次数都改为 $n-1$，保证询问的 $u \neq v$，如何解决该问题？
- Bonus 2：如何实现复杂度较优的 SPJ？

# K. NTT

## 简要题意

- 给定多项式 $F$，对 $F$ 多点求值，答案对 $p$ 取模。
- $1 \leq n \leq 2 \times 10^5, 1 \leq p, q \leq 5 \times 10^3, p$ **is prime**.

- Tag：费马小定理
- Prepared By：CReatiQ

# K.NTT

- 由费马小定理，$x^k \equiv x^{k \bmod (p-1)} \pmod p$。
- 利用上式可将 $F$ 的次数降至 $p-2$ 以内，询问时直接计算 $F(x)$，时间复杂度为 $O(n+m+pq)$。
- Bonus：如果不保证 $p$ 是质数，如何解决该问题？

# C. 罪与罚的情人节

## 简要题意

- 通信题。给定一个 $64 \times 64$ 的棋盘。每格中有一枚硬币，或正面朝上，或背面朝上。其中一枚是假币。
- Pass 1：已知假币位置，选择一行硬币翻面，再选择一列硬币翻面。
- Pass 2：根据棋盘上的硬币正反面情况推断假币位置。

- Tag：通信、哈希
- Prepared By：CReatiQ

# C. 罪与罚的情人节

- 本质是给定一个长度为 $2^{12}$ 的 01 串，通过翻转操作来传递一个 $[0, 2^{12})$ 内的整数。
- 翻转位置和答案都恰有 $2^{12}$ 种，只要找到一个值域为 $[0, 2^{12})$ 哈希，使得翻转不同位置后得到的 01 串哈希值不同即可。
- 因为棋盘长宽都是 $2^6$，所以 XOR-Hashing 是一个比较漂亮的选择，我们只需要为每个格子赋合适的权重，取所有硬币正面朝上格子权重的异或和作为哈希值即可。
- 关键问题转化为：如何赋权能使得翻转位置与哈希值之间构成双射？
- 因为每次反转是一行一列，所以只需要 $2^6$ 个行权值异或和与 $2^6$ 个列权值异或和两两配对可以得到 $[0, 2^{12})$ 中的所有数即可。

# C. 罪与罚的情人节

- 一个简单的想法是：令第 $i$ 行权值异或和为 $i-1$，第 $j$ 列权值异或和为 $64(j-1)$。
- 注意到：直接将第 $i$ 行第一格的权值赋为 $i-1$，第 $j$ 列第一格的权值赋为 $64(j-1)$，其余位置权值全赋为 0 即可。
- 在缺乏注意力的日子里，我们也可以使用力大砖飞的办法：异或和约束可以写成一个含 4096 个变量与 128 条方程的线性异或方程组，高斯消元即可求得合法赋权。
- Tips：暴力消元的效率较低，可以拆位进行 bitset 优化。

# I. 这就是「I」呀

## 简要题意

- 给定一个 $n \times m$ 的黑白网格图。
- 称满足以下约束的矩形为「I」：
  - 列数为奇数；
  - 行数和列数均不小于 3；
  - 中间一列全黑；
  - 第一行和最后一行全黑。
- 未受到约束的方格可以是任意颜色。
- 求网格图中「I」的个数。
- $3 \leq n, m, n \times m \leq 2 \times 10^5$.

- Tag：递推、排序
- Prepared By：CReatiQ

# I. 这就是「I」呀

- 数网格图上特殊图案，自然的想法是考虑图案与哪些量构成双射，然后变成普通计数问题。在本题中，确定首尾行中间格以及图形半径就能确定一个「I」。
- 记以格 $u$ 为中心，向左右延伸黑色格的最大半径为 $d_u$，可以 $O(nm)$ 递推求解。
- 考虑枚举中间列，将中间列分成若干个极大连续黑色段。
- 匹配的一对首尾行中间格同属于一个极大连续黑色段，我们只需计算每一段的贡献，然后相加。
- 对于一个极大连续黑色段，其上任选不相邻两格 $u, v$，对答案产生 $\min(d_u, d_v)$ 的贡献。
- 可将贡献拆分为：任选两格贡献 − 相邻两格贡献。后者容易 $O(n)$ 求得，前者对段内的 $d$ 排序后可以 $O(n)$ 求得。
- 时间复杂度为 $O(nm)$ 或 $O(nm \log n)$，瓶颈为排序。

# L. 因为春日将终

## 简要题意

- 给定一棵 $n$ 点有根树。每个点有权值。
- 其中 $k$ 个特殊点的权值会被统一修改为 $x_i$，这样的修改有 $q$ 次。
- 满足以下条件的点集 $S$ 称为合法方案：
  - 包含根节点；
  - $S$ 在树上连通；
  - 不存在点对 $u \in S, v \notin S$，使得 $u, v$ 有相同的父节点。
- 每次修改后，求所有合法方案的节点权值乘积之和。
- $1 \leq n, q \leq 2 \times 10^5, 0 \leq k \leq 100.$

- Tag：DP、多项式
- Prepared By：CReatiQ

# L. 因为春日将终

- 将非特殊点的权值看成常数，修改权值 $x$ 看成变量，则答案是关于 $x$ 的多项式，且次数不超过 $k$，下面求解该式。
- Sol 1：记 $dp_{u,i}$ 表示以节点 $u$ 为根的子树作为有根树时，该问题的答案多项式的 $x^i$ 项系数。用树上背包合并，时间复杂度为 $O(nk)$。
- Sol 2：不妨钦定 $k+1$ 个互不相同的权值 $x_i$，分别用树形 DP 求出结果后插值，时间复杂度为 $O(nk)$。
- 求得答案多项式后，$O(qk)$ 应答即可。
- Bonus：如果数据范围改为 $1 \le k \le n \le 5 \times 10^3$，如何解决该问题？

# M. Until next time, SCNUCPC!

## 简要题意

- 给定一个由 `C` 和 `?` 组成、长度为 $n$ 的字符串，保证首尾均为 `C`。
- 将部分 `?` 替换为 `C`，使得 `C` 恰好出现 $k$ 次。
- 记 `C` 的最终位置分别为 $1 = p_1 < p_2 < \cdots < p_k = n$，求 $\sum_{i=2}^{k} p_i \cdot (p_i - p_{i-1})$ 的最小值。
- $2 \le k \le n \le 2 \times 10^5$.

- Tag：贪心、堆
- Prepared By：CReatiQ

# M. Until next time, SCNUCPC!

- 先考虑最初只有首尾位置为 C 的情况，记 $d_i = p_i - p_{i-1}$，则：

$$\begin{aligned} 2 \cdot p_i(p_i - p_{i-1}) &= 2 \cdot p_i d_i \\ &= p_i^2 + d_i^2 - (p_i - d_i)^2 \\ &= p_i^2 - p_{i-1}^2 + d_i^2 \end{aligned}$$

- $\sum_{i=2}^{k} p_i(p_i - p_{i-1}) = \frac{1}{2}\left(n^2 - 1 + \sum_{i=2}^{k} d_i^2\right)$.
- 故问题等价于：将一条长为 $n-1$ 的线段分成 $k-1$ 段，使得每一段的长度都是整数，且每段长度的平方和最小。
- 由均值不等式可知，尽量均匀分割，即尽量均匀地放置 C 为最优解。

# M. Until next time, SCNUCPC!

- 回到本题，最初给定的若干个 C 将整个串划分成了若干段连续 ?，每段的两端都是 C。
- 记在某段长为 $m$ 的连续 ? 中均匀放置 $p$ 个 C，该段的 $\sum d^2 = f(m, p)$。不难证明，$f(m, p)$ 是关于 $p$ 的下凸函数。
- 问题转化为：如何在多段 ? 中分配 C，使得总代价最小？
- 用大根堆维护每段的 $f(m, p) - f(m, p + 1)$，重复取出堆顶更新答案，直至取出次数与原先 C 的个数之和恰好为 $k$，时间复杂度为 $O(n \log n)$。
- Bonus：如果数据范围改为 $2 \leq k \leq n \leq 10^9$，输入方式改为给定 $m \leq 2 \times 10^5$ 个 C 的位置，如何解决该问题？

# G. 关闭核电站

## 简要题意

- 给定一张含 $n$ 个点与 $m$ 条边的无向图，保证无自环。
- 每个节点有点权 $a_u$，随后连续进行 $k$ 次交换操作。
- 每次操作会均匀随机生成 1 到 $n$ 之间的整数 $x, y$（可能出现 $x = y$ 的情况），交换 $a_x, a_y$。
- 求 $\sum_{e=(u,v)} a_u \oplus a_v$ 的期望。
- $4 \le n \le 2 \times 10^5, 1 \le m \le 5 \times 10^5, 0 \le k \le 10^{18}$.

- Tag：概率期望、矩阵快速幂、位运算
- Prepared By：Lacrymabre

# G. 关闭核电站

- 权值的交换完全不受图关系的影响，我们考虑每条边对答案如何产生贡献。
- 对于一条边 $(u, v)$，由于交换是均匀随机的，所以任意非 $a_u, a_v$ 的点权，最终落到边 $(u, v)$ 的端点上的概率都是相等的。
- 不妨记 $k$ 次交换后，$(u, v)$ 两端的点权有 $i$ 个来源于原先的 $a_u, a_v$ 的概率为 $p_i$，有：

$$\begin{bmatrix} p_0 & p_1 & p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} T^k$$

$$T = \frac{1}{n^2} \begin{bmatrix} n^2 - 8 & 8 & 0 \\ 2(n-3) & n^2 - 2n + 4 & 2 \\ 0 & 4(n-2) & n^2 - 4(n-2) \end{bmatrix}$$

- 利用矩阵快速幂可以 $O(\log k)$ 求得 $p_i$。

# G. 关闭核电站

- 考虑三种状态的贡献：
  - 有 0 个来源于原先点权：贡献为 $\frac{p_0}{\binom{n-2}{2}} \sum_{x<y,|\{x,y\}\cap\{u,v\}|=0} (a_x \oplus a_y)$。
  - 有 1 个来源于原先点权：贡献为 $\frac{p_1}{2(n-2)} \sum_{w\neq u,w\neq v} ((a_u \oplus a_w) + (a_v \oplus a_w))$。
  - 有 2 个来源于原先点权：贡献为 $p_0(a_u \oplus a_v)$。
- 预处理 $a$ 在每个二进制位下 1 的个数，拆位计算上面的贡献即可，时间复杂度为 $O(m \log a_i + \log k)$。

# H. 哈集幂乱把路夺

## 简要题意

- 给定一张 $n$ 点 $m$ 边带权无向图，称瓶颈路为定值的极大点集为**联合**，每个联合 $S$ 有对应权值 $\Gamma_S$。
- 称不交联合构成的集合为**局势**，局势威胁值为其所有元素权值的乘积。
- 有 $q$ 次操作，每次修改包含点 $u$ 大小为 $k$ 的联合的权值。
- 求每次操作后所有局势的威胁值之和。
- $1 \le n \le 10^4, 0 \le m \le 2 \times 10^5, 1 \le q \le 5 \times 10^5$.

- Tag：Kruskal、数据结构、DP
- Prepared By：CReatiQ

# H. 哈集幂乱把路夺

- 记删去所有边后的图为 $G_0$。从小到大枚举 $w$，将所有边权为 $w$ 的边加入 $G_{w-1}$ 中，得到 $G_w$。
- 每个 $G_i$ 中的所有连通块都代表一个联合，所有联合都会在此过程中出现。
- 由此过程可知，任意两个联合要么不交要么包含，它们构成树形结构。
- 上述过程与 Kruskal 算法的过程相同，联合构成的关系森林（不保证图连通）也与 Kruskal 重构树相似。
- 不同之处是：若有超过 2 个连通块在 $G_{w-1} \to G_w$ 时被合并为同一块，需要用多叉节点来表示它们的合并。
- 不妨人为添加超级根连接每棵关系树，超级根权值记为 0，化森林为树。
- 综上，我们可以 $O(m \log m + n\alpha(n))$ 得到联合关系树。

# H. 哈集幂乱把路夺

- 每个联合对应树上一个节点，每个局势对应一个树上反链。
- 如果问题不带修，这是容易用树形 DP 解决的：
- 记以 $u$ 为根的子树内所有反链威胁值之和 $+1$ 为 $f_u$，则 $f_u = \left(\prod_{u \to v} f_v\right) + \Gamma_u$。
- 答案即为 $f_{root} - 1$，可以 $O(n)$ 求得。
- $O(nq)$ 是不能接受的，我们需要维护一个带修的 DP。
- 想法非常简单：转序列问题，之后上数据结构。

# H. 哈集幂乱把路夺

- 对关系树做重链剖分，记点 $u$ 的重儿子为 $h_u$，轻子树内所有反链威胁值之和 $+1$ 为 $g_u$，则：
  - $g_u = \prod_{u \to v, v \neq h_u} f_v$
  - $f_u = f_{h_u} \cdot g_u + \Gamma_u$
- 初始时我们可以 $O(n)$ 处理每个节点的 $g_u$，答案是超级根所在重链的一次函数复合。
- 修改 $\Gamma_u$ 时，我们会修改 $u$ 到根路径上所有轻边的父节点的 $g$，这样的节点有 $O(\log n)$ 个。
- 这一问题可以用线段树或静态 LCT 维护。

# H. 哈集幂乱把路夺

- 最后是一些细节处理问题。
- Prob 1：在修改 $g$ 时需要修改一个子节点的贡献，这一贡献原先可能是 0，不能直接求逆。
- Sol 1：对每个点开一棵 $O(\deg_u)$ 的线段树，记录孩子贡献。由重链剖分性质，每次修改 $\Gamma_u$ 的时间复杂度为 $O(\log n \log\log n)$。
- Sol 2：在维护模意义下运算时，记录维护 0 的贡献次数，非 0 部分正常运算即可。但是求逆会产生 $O(\log P)$ 的复杂度，我们可以利用一些 Farey 序列的相关知识，在 $O(P^{\frac{2}{3}})$ 复杂度的预处理后实现 $O(1)$ 在线求逆。

## H. 哈集幂乱把路夺

- Prob 2：修改时需要查找树上对应节点。
- Sol：这样的节点至多只有一个，树上倍增查找即可，预处理时间复杂度 $O(n\log n)$，注意节点可能不存在。
- 综上，最优可以在 $O((n+q)\log n + m\log m)$ 的时间复杂度内解决本题。
- 本题时限没有开得太紧，标程的时间复杂度为 $O(n\log n + m\log m + q\log n\log\log n)$，事实上常数优秀的 $O(q\log n\log P)$ 做法也有机会通过!

# 结语

Thank you!